

# Una variante del método que utiliza la simulación de un proceso de difusión para la caracterización de formas de figuras planas\*

Oswaldo Skliar<sup>†</sup>    Tatiana Láscaris Comneno<sup>‡</sup>    Víctor Medina<sup>§</sup>

José S. Poveda<sup>¶</sup>

Costa Rica

## Resumen

Se presenta una variante de un método introducido previamente [1] para la caracterización de formas de figuras planas. Dicha variante, además de mantener las ventajas del método original, presenta una más: no resulta imprescindible detener un proceso –simulado– de difusión durante el “transitorio” –o sea, antes de llegar a la etapa de equilibrio–. Por el contrario, cuanto mayor es el tiempo durante el cual tiene lugar dicho proceso más se hace notorio cuáles son las partes cóncavas y cuáles las partes convexas de los contornos de las figuras analizadas.

**Palabras clave:** caracterización de formas, contornos de figuras planas, proceso de difusión, concavidades, convexidades

## Abstract

This is a variation of a previously presented method [1] for characterizing the shapes of plane figures. In addition to retaining the advantages of the original method, this variant includes one more: it is no longer necessary to halt a (simulated) diffusion process during the transient stage; that is, before arriving at an equilibrium. On the contrary, the longer the process takes, the more noticeable the difference becomes between the concave parts and the convex parts of the contours of the figures analyzed.

**Key words:** shape characterization, contours of plane figures, diffusion process, concavities, convexities.

**Subject classification:** Pattern Recognition 68T10

---

\*Versión en PDF descargada de <http://www.appliedmathgroup.org/>. Artículo publicado: Skliar, O., T. Láscaris-Comneno, V. Medina, J. S. Poveda, (2003), **Una variante del método que utiliza la simulación de un proceso de difusión para la caracterización de formas de figuras planas**, Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones, Vol. 10, 1-2, pp. 107-121.

<sup>†</sup>Escuela de Informática, Universidad Nacional, Costa Rica. e-mail: oskliar@racsa.co.cr

<sup>‡</sup>Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Costa Rica. e-mail: tlascaris@una.ac.cr

<sup>§</sup>Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Costa Rica. e-mail: vmedinab@racsa.co.cr

<sup>¶</sup>Laboratorio de Matemática Aplicada y Simulación Computacional, Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Costa Rica. e-mail: seniormaster@hotmail.com

# 1 Introducción

Previamente fue presentado un método que utiliza la simulación de un proceso de difusión para la caracterización de formas de figuras planas [1]. Dicho método ha sido utilizado, con diversos objetivos, por otros autores ([2] y [3]). De manera escueta, ese método puede describirse como sigue:

1. Se obtiene una representación digital de la figura a ser estudiada. Así, dicha figura queda representada por un conjunto conexo de “pixels” –a cada uno de los cuales se le puede hacer corresponder un 1 (uno)– inmersa en un entorno constituido por “pixels” en los cuales no hay presencia de la figura considerada –a cada uno de los cuales se le puede hacer corresponder un 0 (cero)–. (Ver **Figura 1**).

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

**Figura 1**

No serán considerados en este artículo diferentes criterios para obtener representaciones digitalizadas de las figuras sometidas a estudio.

2. Se supone que, en cada uno de los “pixels” del contorno de la versión digital de la figura a ser estudiada –que, en lo sucesivo, será denominada simplemente “figura”, sin aditamentos– hay contenidos, en un instante inicial ( $t = 0$ ), cierto número de partículas tal como, p.ej., 10000 partículas.
3. A partir de  $t = 0$  tiene lugar un proceso –simulado– de difusión de dichas partículas. De esta manera, los “pixels” del interior de la figura –que inicialmente carecían de partículas– pasan a contener números crecientes de ellas.

4. El proceso simulado de difusión es detenido cuando todavía la figura no ha llegado a una situación de equilibrio –o uniformidad– en cuanto al contenido de partículas de cada uno de los “pixels” que la constituyen. (Nótese que, si se permitiese continuar durante suficiente tiempo dicho proceso de difusión, se alcanzaría, ineludiblemente, ese estado de equilibrio en el cual cada uno de los “pixels” de la figura tendría el mismo número de partículas.) ¿En cuál instante es detenido el proceso de difusión? En el trabajo en el que se introdujo el método, se optó por el instante en que una cierta variable ( $d$ ), cuya naturaleza será especificada a continuación, alcanza su valor máximo. La variable  $d$  es la diferencia entre dos números: el número de partículas contenidas en el “pixel” –o en cada uno de los “pixels”– del contorno que mayor número de partículas contiene(n) y el número de partículas contenidas en el “pixel” –o en cada uno de los “pixels”– del contorno que menor número de partículas contiene(n).
5. Una vez detenida la simulación del proceso de difusión, se procede a:
  - (a) Numerar los “pixels” del contorno de la figura siguiendo una de las dos orientaciones posibles: la orientación “horaria” o la orientación “antihoraria”. Puede asignarse el número 1 al “pixel” del contorno que contenga el mayor número de partículas.<sup>1</sup>
  - (b) Graficar el número de partículas contenidas en cada “pixel” del contorno –para el instante en que fue detenido el proceso simulado de difusión– en función del número de “pixel” del contorno.

Las regiones de mayor valor numérico en la gráfica resultante corresponden a partes del contorno que pueden calificarse como concavidades –para un observador cuyo punto de vista está situado en el interior de la figura– en tanto que las regiones de menor valor en la gráfica resultante corresponden a partes del contorno que pueden calificarse como convexidades, desde el punto de vista del mismo observador. Este resultado se debe –expresada la razón de manera intuitiva– a que hay “dificultades” –o, relativamente, “pocas trayectorias posibles”– para que las partículas difundan, hacia el interior de la figura, desde partes cóncavas –según el punto de vista supuesto– del contorno de la figura. En cambio, hay un grado menor de dificultad –o sea, mayor número de trayectorias disponibles– para que las partículas difundan hacia el interior de la figura, desde partes convexas –según dicho punto de vista– del contorno de la figura en cuestión.

Se advierte que el precedente enfoque exige detener en un dado instante de la etapa que precede a la de equilibrio –o sea, durante el “transitorio”– la simulación del proceso de difusión. Como se expresó, si se permitiese continuar dicho proceso, todos los “pixels” de la figura analizada –incluso aquellos del contorno– llegarían a contener el mismo número de

---

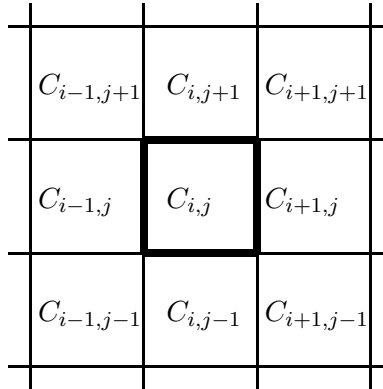
<sup>1</sup>Para el caso en que cada uno de dos o más “pixels” del contorno contenga un número de partículas igual a ese “mayor número” –o máximo– al que se hizo referencia, se desarrolló un algoritmo que permite *a)* determinar a cuál de esos “pixels” debe asignarse el número 1, o bien *b)* concluir que resulta indiferente asignar el número 1 a cualquiera de dichos “pixels”. (Dicho algoritmo no será especificado en este artículo.)

partículas. El objetivo de este trabajo es presentar una variante de dicho enfoque tal que las diferencias existentes entre los contenidos de partículas de los diversos “pixels” del contorno no llegan a anularse si el proceso de simulación se prolonga durante un tiempo tan grande como se desee. Por el contrario, si se utiliza la variante –del enfoque considerado– que se expondrá a continuación, las diferencias entre los contenidos de partículas de los diferentes “pixels” del contorno se harán progresivamente más significativas en cuanto concierne a la caracterización de diversas partes de él, tales como concavidades y convexidades.

## 2 Descripción de una variante del método que utiliza la simulación de un proceso de difusión para la caracterización de formas de figuras planas

En la variante del método considerada, se coloca inicialmente el mismo número de partículas en cada uno de los “pixels” del interior de la figura en estudio. Se supone, en cambio, que en el mismo instante inicial –o sea, en  $t = 0$ – no hay partículas contenidas en los “pixels” del contorno de la figura. Estos “pixels” –los del contorno de la figura– desempeñarán, durante el proceso simulado de difusión, el papel de “sumideros”: las partículas que difunden hacia ellos desde “pixels” del interior de la figura podrán ingresar a esos “pixels” del contorno pero no podrán salir de ellos.

A continuación, se representa un “pixel” cualquiera del interior de una figura, tal que sus ocho “pixels” vecinos también pertenecen al interior de la figura –o sea, no son “pixels” pertenecientes al contorno de dicha figura. (Ver **Figura 2**).



**Figura 2**

La ecuación de difusión de partículas utilizada para ese “pixel” es la siguiente:

$$N_{i,j}(t+1) = N_{i,j}(t) - 6k N_{i,j}(t) + k [ N_{i-1,j}(t) + N_{i,j+1}(t) + N_{i+1,j}(t) + N_{i,j-1}(t) ] + \frac{1}{2}k [ N_{i-1,j-1}(t) + N_{i-1,j+1}(t) + N_{i+1,j+1}(t) + N_{i+1,j-1}(t) ]$$

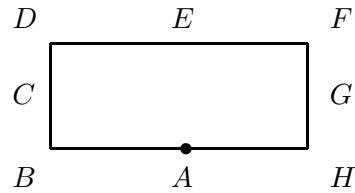
La justificación de la precedente ecuación es la siguiente. El tiempo se considera constituido por lapsos elementales iguales. El lapso elemental  $\Delta t$  se toma como unidad de tiempo, de

manera que puede hacerse referencia al instante  $t + \Delta t$  como instante  $t + 1$ . El miembro de la izquierda ( $N_{i,j}(t + 1)$ ) representa, entonces, el número de partículas contenidas en el compartimento  $C_{i,j}$  en el instante  $t + 1$ . Dicho número se igualó a: el número de partículas contenidas en  $C_{i,j}$  en el instante  $t$   $-N_{i,j}(t)$  menos el número de partículas que difundieron, durante el lapso elemental comprendido entre los instantes  $t$  y  $t + 1$ , desde el compartimento  $C_{i,j}$  hacia los ocho compartimentos vecinos  $-6k N_{i,j}(t)$  más el número de partículas que ingresaron, durante ese lapso, a  $C_{i,j}$  desde  $C_{i-1,j}$ ,  $C_{i,j+1}$ ,  $C_{i+1,j}$  y  $C_{i,j-1}$   $-k[ N_{i-1,j}(t) + N_{i,j+1}(t) + N_{i+1,j}(t) + N_{i,j-1}(t) ]$  más el número de partículas que ingresaron a  $C_{i,j}$ , durante el mismo lapso elemental, desde los compartimentos  $C_{i-1,j-1}$ ,  $C_{i-1,j+1}$ ,  $C_{i+1,j+1}$  y  $C_{i+1,j-1}$   $-\frac{1}{2}k[ N_{i-1,j-1}(t) + N_{i-1,j+1}(t) + N_{i+1,j+1}(t) + N_{i+1,j-1}(t) ]$ . Se advierte, de inmediato, que fueron utilizadas dos constantes de difusión diferentes:  $k$  como constante de difusión entre  $C_{i,j}$  y los compartimentos vecinos que tienen un lado en común con él y  $\frac{1}{2}k$  como constante de difusión entre  $C_{i,j}$  y los compartimentos vecinos que tienen sólo un vértice en común con él. Esta última constante de difusión impresiona, a primera vista, como difícil de justificar. ¿Cómo puede concebirse un proceso de difusión que tenga lugar a través de un vértice, o sea un punto, en terminología geométrica? Puede pensarse, si se desea buscar una explicación física, que en el interior de los compartimentos representados en la **Figura 2** hay sendas esferitas huecas y que es entre dichas esferitas que se efectúan, realmente, los procesos de difusión  $-$ conducentes al intercambio de partículas $-$ por medio de tubitos que conectan cualquier esferita con las ubicadas en compartimentos vecinos. El diámetro de algunos de estos tubitos  $-$ p. ej., los que conectan la esferita contenida en  $C_{i,j}$  con las contenidas en  $C_{i-1,j}$ ,  $C_{i,j+1}$ ,  $C_{i+1,j}$  y  $C_{i,j-1}$  $-$  es mayor que el diámetro correspondiente a otros tubitos  $-$ p. ej., los que conectan la esferita contenida en  $C_{i,j}$  con las contenidas en  $C_{i-1,j-1}$ ,  $C_{i-1,j+1}$ ,  $C_{i+1,j+1}$  y  $C_{i+1,j-1}$ . Y puede suponerse que la relación entre los diámetros mencionados fue elegida, precisamente, de modo que las constantes de difusión a que previamente se hizo referencia debieron fijarse en  $k$  y  $\frac{1}{2}k$ . ¿Cuál es el objetivo de introducir un proceso de difusión entre compartimentos vecinos dispuestos “en diagonal”? Es lograr cierto grado de suavidad en las transiciones entre los números de partículas situadas en los compartimentos del contorno de las figuras analizadas. Conviene tener presente que estos últimos compartimentos presentan un comportamiento de “sumideros” y, por lo tanto, no se da entre ellos un proceso de difusión que evite cambios abruptos entre los números de partículas a que se acaba de hacer referencia. De todos modos, estos cambios abruptos tienen lugar, en gran medida, debido a la estructura escaleriforme que adoptan, en las versiones ya digitalizadas de las figuras, algunas partes del contorno que, en las versiones originales de dichas figuras son, simplemente, p.ej., segmentos rectilíneos. El procedimiento que se adopta, en este trabajo, para “suavizar” las transiciones mencionadas, o sea para evitar, en un grado considerable, dichos cambios abruptos, consiste en: 1) utilizar, de la manera previamente especificada, dos constantes de difusión  $-k$  y  $\frac{1}{2}k$  $-$  y 2) promediar los valores correspondientes a los números de partículas que están contenidas, al finalizar el proceso de difusión, en cierta cantidad de “pixels” consecutivos del contorno. La parte 2) de esta forma de proceder se describe, con mayor grado de detalle, más adelante.

A continuación serán presentados varios ejemplos de utilización del nuevo enfoque para la

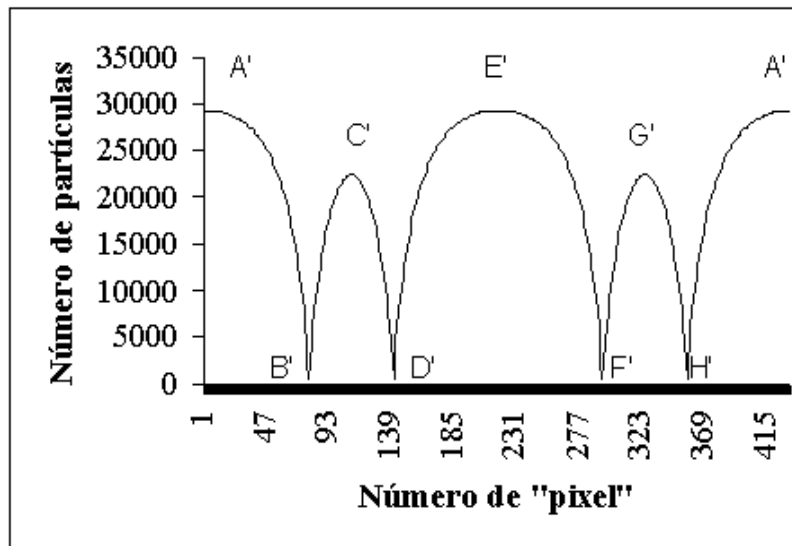
caracterización de formas de figuras planas presentado en este artículo.

**Ejemplo 1** Sea el rectángulo de la **Figura 3**



**Figura 3**

El “punto” destacado en el contorno del rectángulo representado en la **Figura 3** corresponde al “pixel” del contorno al que se asignó el número 1. (De la misma forma se han especificado los “pixels” a los que se asignó dicho número en el resto de las figuras que en este trabajo fueron utilizadas para ilustrar, como ejemplos, la aplicación de la variante introducida.) También se advierte que a ese punto destacado se le hizo corresponder la letra *A*. Además, próximas al contorno del rectángulo figuran otras letras: *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* y *H*. Estas letras fueron utilizadas para señalar ciertos puntos de aquellas regiones del rectángulo de más altos grados de concavidad o convexidad, desde el punto de vista antes especificado.

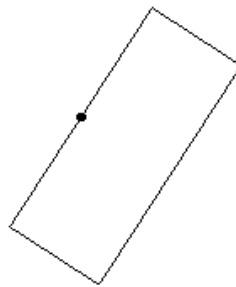


**Figura 4**

En cada uno de los “pixels” del interior de dicho rectángulo se colocó, inicialmente, un número de partículas igual a 1000. La constante de difusión  $k$  se tomó igual a 0.1 –o sea,  $k = 0.1$ –. El proceso simulado de difusión se llevó a cabo hasta el momento en que en cada uno de los “pixels” del interior del rectángulo se encontraba contenido un número de partículas igual o menor que 10 –o sea,  $N_f \leq 10$ –.

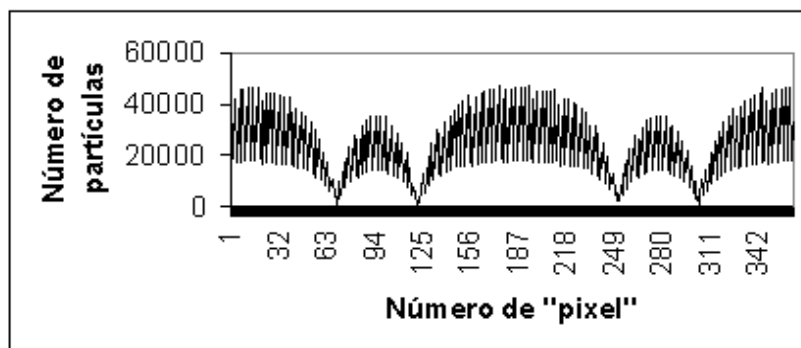
La gráfica correspondiente a la representación del número de partículas en cada uno de los “pixels” del contorno en función de los números asignados a dichos “pixels” se presenta en la **Figura 4**. En esta gráfica se han especificado, mediante los símbolos  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$ ,  $E'$ ,  $F'$ ,  $G'$  y  $H'$  aquellas puntos de la curva resultante al aplicar el procedimiento descrito que corresponden a los puntos  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $G$  y  $H$ , respectivamente. Nótese que, en ese ejemplo, no fue necesario efectuar los promedios a que previamente se hizo referencia, debido a que, dada la disposición horizontal del rectángulo en cuestión, no aparecen estructuras escaleriformes para los “pixels” del contorno en la versión digitalizada de esa figura. La situación será diferente, como se advertirá, en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 2** Sea el rectángulo representado en la **Figura 5**



**Figura 5**

La curva resultante al aplicar el procedimiento descrito –excepto el proceso final de obtención de promedios para “pixels” del contorno– se representa en la **Figura 6**.



**Figura 6**

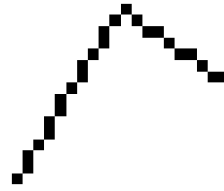


Figura 7

Resultan notorios los “saltos” abruptos en los números de partículas que llegan a contener, una vez detenida la simulación del proceso de difusión, los “pixels” del contorno. Dichos “saltos” son debidos a la mencionada estructura escaleriforme que toman, en este caso, los lados del rectángulo. (Este efecto se debe, por supuesto, a la posición oblicua de esos lados respecto de la retícula de “pixels” de referencia.) Parte de esa estructura escaleriforme se representa en la **Figura 7**.

Si se procede a obtener los promedios de los números finales de partículas contenidas en los “pixels” de cada conjunto de 31 “pixels” consecutivos del contorno del rectángulo y se hace constar dichos promedios como ordenadas correspondientes a las abscisas de los “pixels” centrales de esos conjuntos, se obtiene la **Figura 8**.

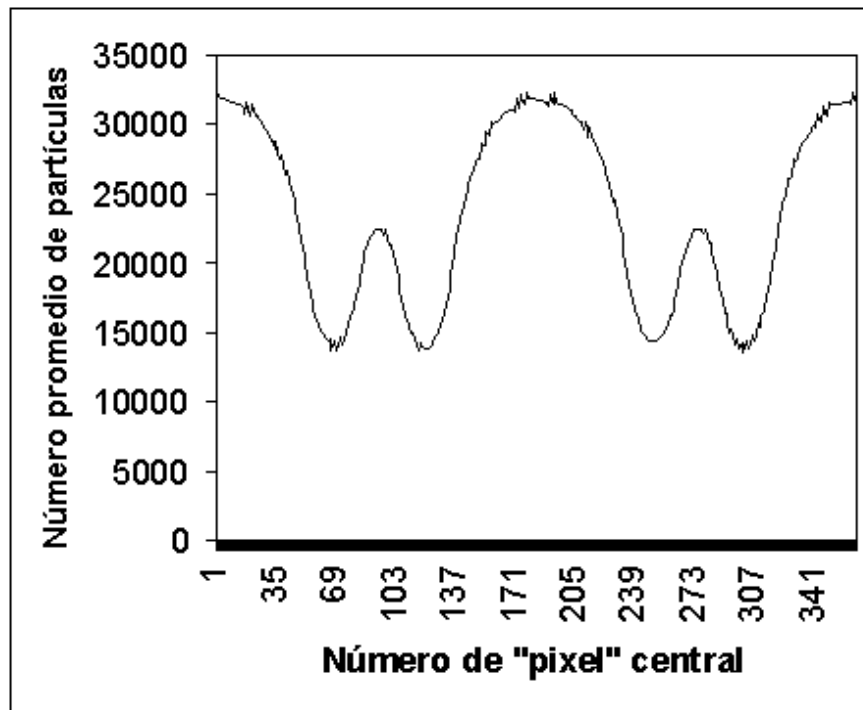


Figura 8

A continuación se especifica, con mayor grado de detalle, cuáles son los promedios que se



han efectuado:

1. Antes de efectuar los promedios en cuestión, fueron obtenidos, para el instante en que se detuvo la simulación del proceso de difusión, los siguientes valores para los números de partículas contenidos en cada uno de los “pixels” del contorno, comprendidos entre el “pixel” 1 y el “pixel” 31, inclusive.<sup>2</sup>

No. de “pixel”	No. de partículas	No. de “pixel”	No. de partículas	No. de “pixel”	No. de partículas
1	47651	11	32599	21	16872
2	19109	12	45809	22	31116
3	42088	13	17953	23	44006
4	17230	14	32694	24	17269
5	31847	15	45983	25	31422
6	45204	16	18045	26	44028
7	17779	17	32958	27	17219
8	32436	18	46961	28	31257
9	45648	19	18795	29	43684
10	17900	20	41289	30	17063
				31	30938

El promedio de los números de partículas según los datos de la precedente tabla es igual a 31447. Este número se hace corresponder como ordenada a la abscisa 16, que corresponde al “pixel” central –16– del conjunto de “pixels” 1, 2, 3, ..., 31.

2. Antes de efectuar los promedios en cuestión fueron obtenidos, para el instante en que se detuvo la simulación del proceso de difusión, los siguientes valores para los números de partículas contenidas en cada uno de los “pixels” del contorno, comprendidos entre el “pixel” 2 y el “pixel” 32 inclusive.

No. de “pixel”	No. de partículas	No. de “pixel”	No. de partículas	No. de “pixel”	No. de partículas
2	19109	12	45809	22	31116
3	42088	13	17953	23	44006
4	17230	14	32694	24	17269
5	31847	15	45983	25	31422
6	45204	16	18045	26	44028
7	17779	17	32958	27	17219
8	32436	18	46961	28	31257
9	45648	19	18795	29	43684
10	17900	20	41289	30	17063
				31	30938
				32	43174

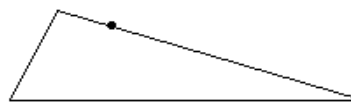
El promedio de los números de partículas según los datos de la precedente tabla es igual a 31302. Este número se hace corresponder como ordenada a la abscisa 17, que corresponde al “pixel” central –17– del conjunto de “pixels” 2, 3, 4, ..., 32. Y así sucesivamente.

---

<sup>2</sup>Ver el apéndice de este artículo.

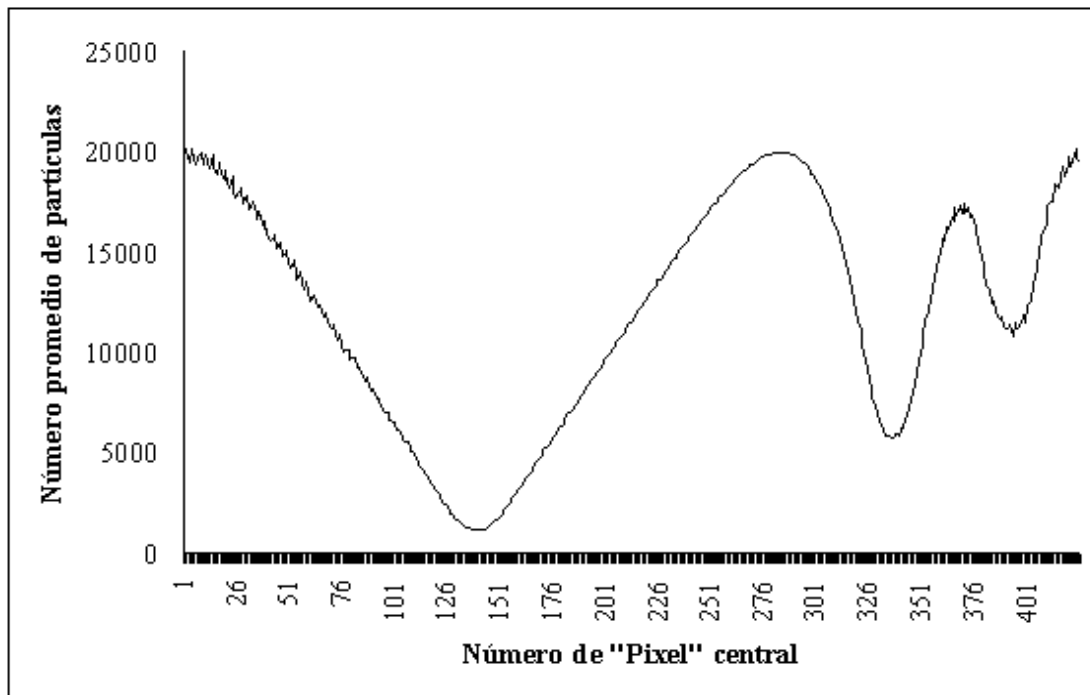
Una vez que los promedios obtenidos son asignados a los diferentes "pixels", es factible que el mayor de los promedios no le haya correspondido al "pixel" 1. Conviene, pues, reenumerar los "pixels" teniendo en cuenta los valores de los promedios que les han correspondido: el número 1 se asigna a aquel "pixel" al cual le corresponde el mayor de los promedios. En el caso de que a cada uno de dos o más "pixels" del contorno le corresponda un número igual a ese "mayor de los promedios" o promedio máximo, se determina a cuál se le asigna el número 1 mediante el mismo algoritmo al que se hizo referencia previamente, en una nota a pie de página. A partir de ese "pixel" al que se le asigna el número 1, a los demás "pixels" les son asignados los números  $2, 3, \dots, N$ , respectivamente, recorriendo el contorno de la figura en sentido horario.

**Ejemplo 3** Sea la figura representada en la **Figura 9**



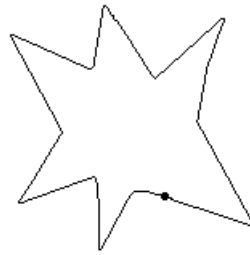
**Figura 9**

La curva obtenida al utilizar el procedimiento descrito se representa en la **Figura 10**.



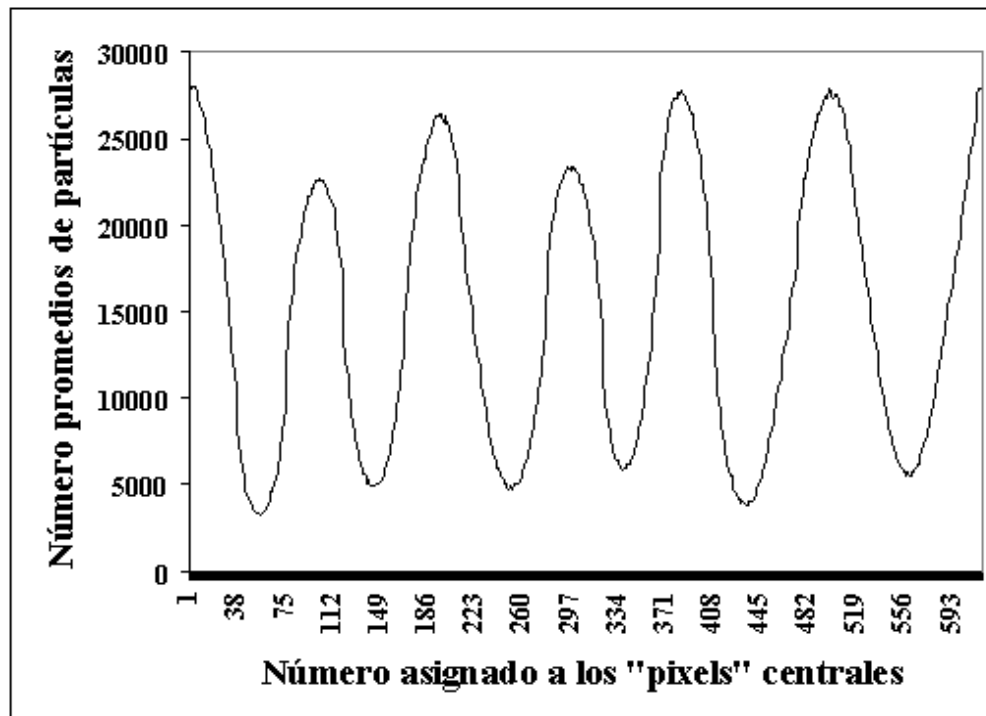
**Figura 10**

**Ejemplo 4** Sea la figura representada en la **Figura 11**



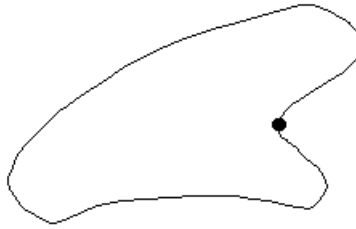
**Figura 11**

La curva obtenida al utilizar el procedimiento descrito –promediando cada 43 “pixels”– se representa en la **Figura 12**.



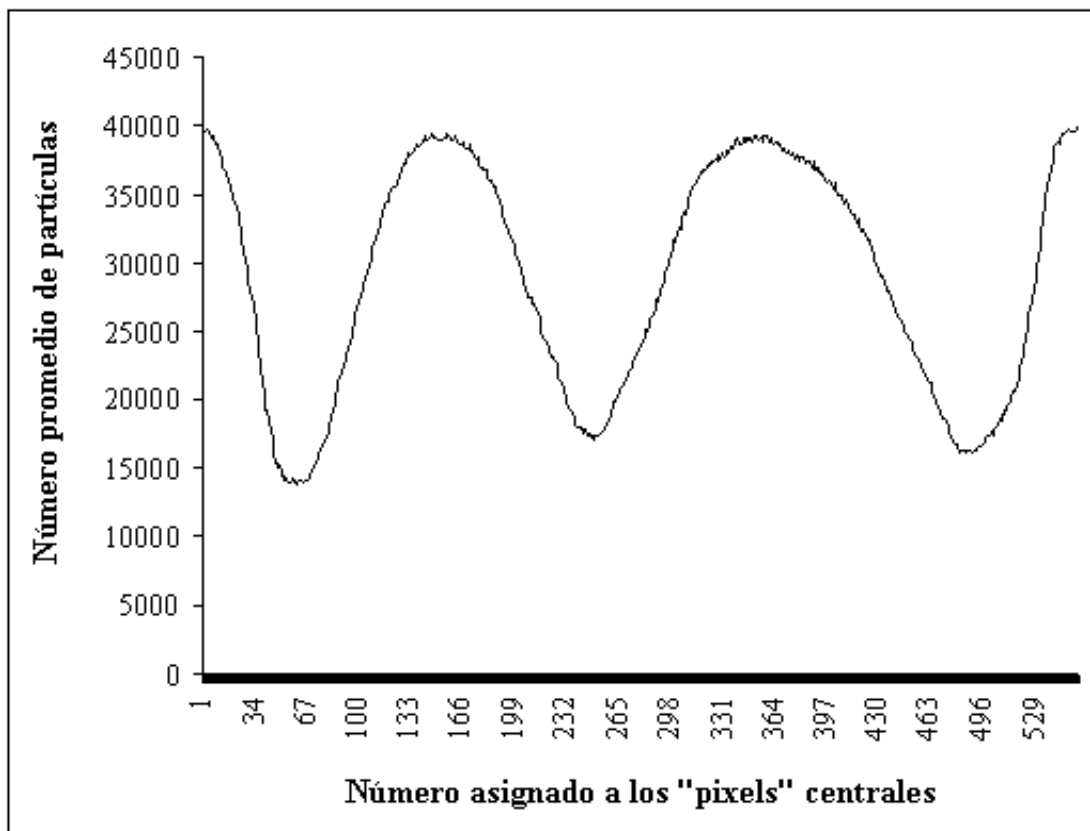
**Figura 12**

**Ejemplo 5** Sea la figura representada en la **Figura 13**



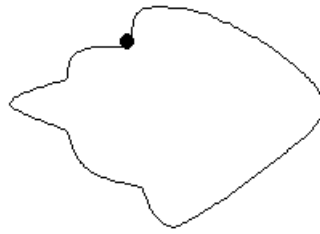
**Figura 13**

La curva obtenida al utilizar el procedimiento descrito –promediando cada 61 “pixels”– se representa en la **Figura 14**.



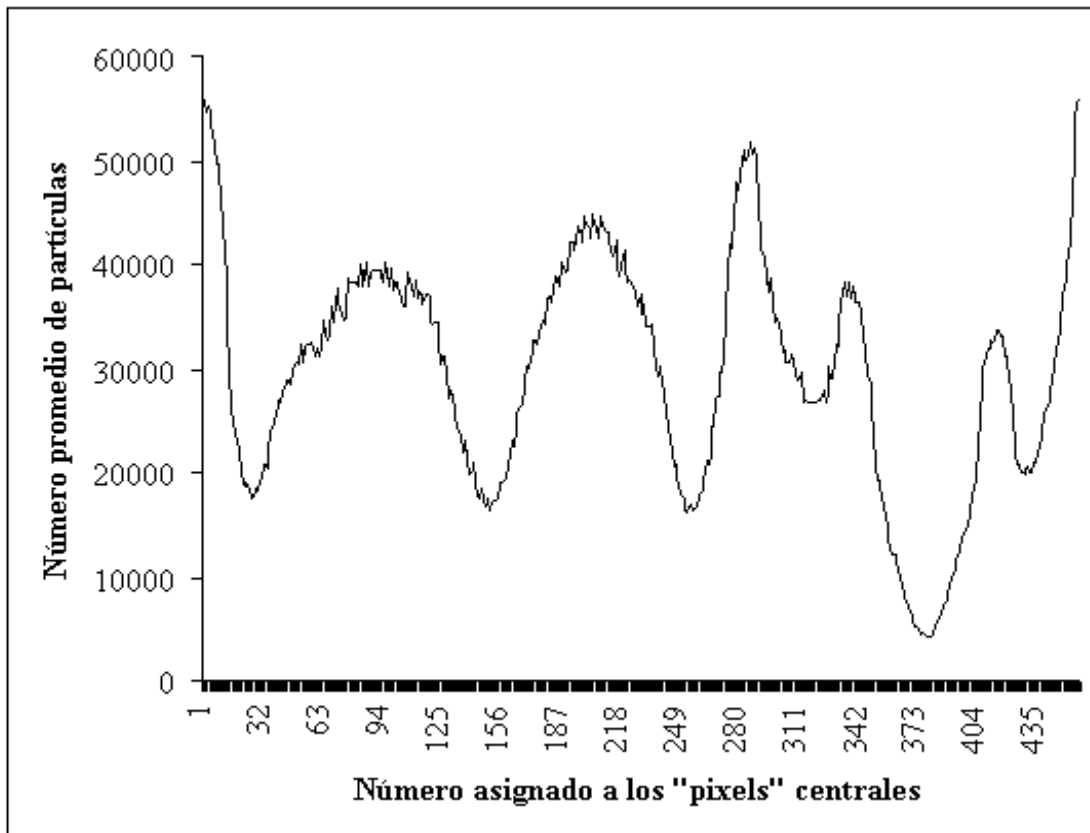
**Figura 14**

**Ejemplo 6** Sea la figura representada en la **Figura 15**



**Figura 15**

La curva obtenida al utilizar el procedimiento descrito –promediando cada 17 “pixels”– se representa en la **Figura 16**.



**Figura 16**

### 3 Discusión y perspectivas

La variante presentada en este artículo del método previamente descrito para la caracterización de formas de figuras planas tiene, además de las ventajas del método original, una más: cuanto mayor es el tiempo durante el cual tiene lugar el proceso –simulado– de difusión, más se pone de relieve cuáles son las regiones cóncavas y cuáles las convexas de los contornos de las figuras analizadas.

Considérese otra vez, p.ej., la “estrella” que fue representada en la **Figura 11**. En la **Figura 17** han sido representadas las curvas obtenidas mediante la aplicación de la variante presentada al permitir que el proceso de difusión perdure diferentes tiempos, en tres diferentes ocasiones. El número inicial de partículas en cada uno de los compartimentos interiores de la figura considerada se tomó como igual a 1000 – $N_0 = 1000$ –. Las tres diferentes curvas graficadas en la **Figura 17** fueron obtenidas deteniendo el proceso de difusión cuando el número de partículas en cada uno de los compartimentos del interior de la “estrella” llegó a ser: **1)** menor o igual que 700 – $N_f \leq 700$ –, **2)** menor o igual que 300 – $N_f \leq 300$ – y **3)** menor o igual que 10 – $N_f \leq 10$ –. Estos tres casos corresponden, respectivamente, a tres tiempos  $t_1$ ,  $t_2$  y  $t_3$  tales que  $t_1 < t_2 < t_3$ . Se advierte cómo son preservadas las características generales de las curvas obtenidas, pero con diferencias entre “picos” y “valles” –correspondientes a convexidades y concavidades, respectivamente– progresivamente mayores a medida que crece el tiempo asignado al proceso –simulado– de difusión.

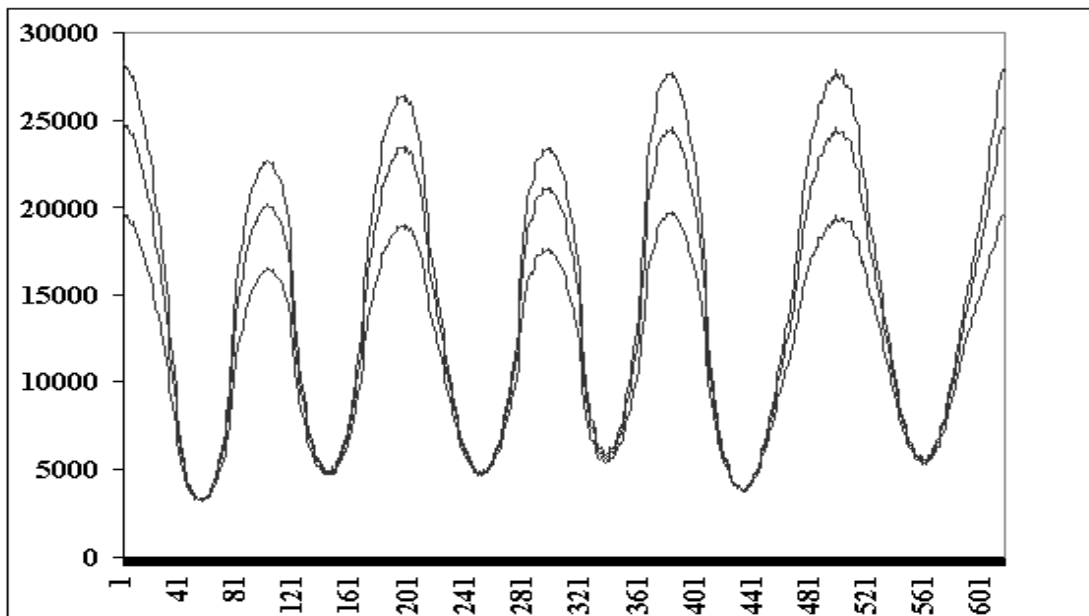


Figura 17

Un lector de este artículo que no haya leído [1] podría formularse la siguiente pregunta: “¿Cuál es la ventaja –a los efectos de la caracterización de la forma de una figura plana–

de sustituir una curva cerrada –como la correspondiente, precisamente, al contorno de la figura en estudio– por una curva abierta –como la resultante de la aplicación a la figura considerada del enfoque descrito en este artículo–?” La respuesta es ésta: “La segunda curva es, en principio, independiente de la posición de la figura analizada respecto de cualquier sistema de referencia.”

Conviene puntualizar que este artículo forma parte del cumplimiento de un programa de investigación en el campo del reconocimiento de patrones (“pattern recognition”) cuyos objetivos son:

- I) obtener entes matemáticos descriptores de las formas de figuras planas –tanto simplemente como múltiplemente conexas– que sean independientes de: **1)** la posición de dichas figuras respecto de cualquier sistema de referencia y **2)** el tamaño de las figuras en cuestión; y
- II) utilizar los resultados mencionados en I) para desarrollar un método de clasificación automática de figuras planas según sus formas.

### **Apéndice** **(Relacionado con la nota 2 a pie de página)**

¿Por qué se eligió ese número –31– como el número de “pixels” de cada uno de los conjuntos de “pixels” consecutivos –del contorno de la figura considerada– a los que se hace referencia? La respuesta es la siguiente.

- a) El número elegido debe ser impar debido a que el promedio que se computa, para cada uno de esos conjuntos, se representará como ordenada correspondiente a una abscisa que corresponderá al “pixel” central de cada conjunto. Y los conjuntos de “pixels” consecutivos a los que pertenece un número par de “pixels” carecen de un “pixel” que pueda ser considerado “central”. En cambio, para cualquier conjunto de “pixels” consecutivos al que pertenezca un número impar de “pixels” sí resulta factible –sin ninguna ambigüedad– considerar uno de esos “pixels” como el “central” del conjunto en cuestión.
- b) Debe reconocerse cierto grado de arbitrariedad en la elección del número impar de “pixels” perteneciente a cada conjunto de los considerados. Dos elementos de juicio que se debe tener en cuenta al realizar dicha elección son:
  - I) Cuanto mayor sea el número impar elegido en mayor medida son evitados los “saltos abruptos” a los que previamente se hizo referencia. Pero ello se logra a costa de una pérdida de sensibilidad para detectar regiones cóncavas y convexas de las figuras analizadas. (Si dicho número se hiciera igual al número total de “pixels” del contorno, la curva resultante para cualquier figura, al aplicar el método descrito, sería un segmento de recta paralelo al eje de las abscisas.)

II) Conviene –y esto es una regla heurística que no se intentará justificar en este trabajo– que dicho número de “pixels” sea, aproximadamente, igual a la mitad del número de “pixels” integrantes de la estructura más pequeña, constitutiva de la figura analizada, que se pretende que quede adecuadamente representada en la curva obtenida al utilizar el procedimiento descrito. En el ejemplo de la **Figura 3**, el lado más pequeño del rectángulo comprende, aproximadamente, 60 “pixels”. Por consiguiente, se optó por tomar 31 como el número de pixels de cada uno de los conjuntos mencionados. (Este tema será considerado, de manera más técnica, en otro artículo.)

## 4 Referencias

- [ 1 ] O.Skliar and M.H. Loew, (1985) “A new method for characterization of shape”, *Pattern Recognition Letters*, **vol.3**: 335–341.
- [ 2 ] L. Cinque, S. Levialdi, (1996) “Shape Description by a Syntactic Pyramidal Approach”, *Studies in Pattern Recognition*, H. Freeman, edit., World Scientific Press: 183–196, Singapore.
- [ 3 ] V. Cantoni, L. Cinque, S. Levialdi, L. Lombardi, (1995) “Evaluating Digital Angles by a Parallel Diffusion Process”, *Image Analysis and Processing*, C. Braccini, L. De Floriani, and G. Vernazza eds., Springer Verlag: 133–138, Heidelberg.